

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי א - 7105

פרק 12 - מציאת מספר הפתרונות של משואה (משפטי קושי ורול)

תוכן העניינים

- 1..... מציאת מספר הפתרונות של משואה.
2. משפט רול.....
- 3.....

מציאת מספר הפתרונות של משוואה

שאלות

הוכיחו שלמשוואות בשאלות 1-3 יש בדיק פתרון אחד :

$$x^3 + 4x - 1 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 = -\ln x \quad (2)$$

$$-4x^3 + 21x^2 - 48x + 28 = 0 \quad (3)$$

4) נתונה המשוואה $0 = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ונתון כי $b^2 < 3ac$ מהו מספר הפתרונות של המשוואה? הוכיחו זאת.

עבור כל אחת מהמשוואות 5-6, מצאו את מספר הפתרונות ופתרו אותה :

$$e^{x-1} = x \quad (5)$$

$$\ln(x+5) - 4 = x \quad (6)$$

הוכיחו שלמשוואות בשאלות 7-9 יש בדיק שני פתרונות :

$$1 + 4x^4 = 8x^3 \quad (9) \qquad 4x^3 + 5x - \frac{1}{x} = 0 \quad (8) \qquad e^x - 5x = 0 \quad (7)$$

בכל אחת מהמשוואות 10-12, מצאו קשר בין הפרמטרים, על מנת שלמשוואות יהיה בדיק פתרון אחד (הניחו שככל הפרמטרים שונים מפאס) :

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (10)$$

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (11)$$

$$(n > 4, \text{ odd}) \quad ax^n + bx^{n-2} + cx^{n-4} - d = 0 \quad (12)$$

תשובות סופיות

(1) שאלת הוכחה.

(2) שאלת הוכחה.

(3) שאלת הוכחה.

(4) פתרון ייחיד.

$$x = 1 \quad (5)$$

$$x = -4 \quad (6)$$

(7) שאלת הוכחה.

(8) שאלת הוכחה.

(9) שאלת הוכחה.

$$b^2 - 4ac = 0 \quad (10)$$

$$4b^2 - 12ac < 0 \quad (11)$$

$$b^2(n-2)^2 - 4anc(n-4) < 0 \quad (12)$$

משפט רול

1) בדקו האם הפונקציה $f(x)$ בקטע הנתון מקיימת את תנאי משפט רול, ומצאו את כל ערכי c המקיימים את מסקנת משפט רול:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x \quad [0, 2] \text{ א.}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 2} \quad [-1, 1] \text{ ב.}$$

2) נתנו $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2}$.
 הראו ש- $f'(c) = 0$, אך אין נקודה c , כך ש- $f'(c) = 0$.
 האם הדבר סותר את משפט רול? נמקו.

3) הוכחו שלמשווה $x^3 + 5x = 1$ יש לפחות פתרון אחד, ולכל היותר פתרון אחד.

4) נתון כי f גזירה פעמיים.
 נתון כי f פונקציה זוגית שיש לה מינימום מקומי בנקודת $x_0 = 2$.
 הוכחו כי יש שתי נקודות בהן הנגזרת השנייה מתאפסת.

תשובות סופיות

$$\text{1) א. } \pm\sqrt{3} \quad \text{ב. } \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

2) לא, מכיוון שהפונקציה לא רציפה בנקודת $x = 3$.

3) שאלת הוכחה.

4) שאלת הוכחה.